

**CONTOH-CONTOH SOAL OLIMPIADE SAINS TERAPAN NASIONAL(OSTN)
MATA PELAJARAN MATEMATIKA**

1. Pada peringatan ulang tahun kota Surabaya, toko-toko berlomba-lomba memberikan potongan harga untuk menarik pengunjung. Toko "Sinar Terang" menyediakan tiga jenis barang khusus dengan potongan harga paling besar, tetapi karena hari terakhir persediaan masing-masing barang itu tidak lebih dari sembilan buah. Ketiga jenis barang itu masing-masing berharga Rp 490.000,-, Rp 70.000,- dan Rp 10.000,-. Seorang pengunjung mempunyai uang sebanyak Rp 2.860.000,- dan ingin membelanjakan semuanya. Tentukan banyaknya masing-masing barang yang dia peroleh.

Penyelesaian

Persoalan ini menentukan penyelesaian yang bulat, karena banyaknya barang tidak mungkin pecahan. Mula-mula dibuat pemisalan yang menyatakan banyaknya barang sehingga dapat dibuat persamaan matematika.

Misal x, y dan z masing-masing menyatakan banyaknya barang dengan harga Rp 490.000,-, Rp 70.000,- dan Rp 10.000,-. Sesuai permasalahannya, persamaan matematikanya adalah

$$490.000x + 70.000y + 10.000z = 2.860.000$$

Setelah disederhanakan, diperoleh

$$49x + 7y + z = 286$$

Bentuk ini dapat ditulis

$$7(7x + y) + z = 7 \cdot 40 + 6$$

Jelas bahwa diperoleh hubungan

$$7x + y = 40 \text{ dan } z = 6$$

Dalam hal ini penyelesaian yang bulat adalah

- A. $x = 1, y = 33, z = 6$
- B. $x = 2, y = 26, z = 6$
- C. $x = 3, y = 19, z = 6$
- D. $x = 4, y = 12, z = 6$
- E. $x = 5, y = 5, z = 6$

Kasus A, B, C dan D jelas tidak mungkin sebab banyaknya setiap barang tidak lebih dari sembilan buah. Jadi jawaban yang benar adalah $x = 5, y = 5, z = 6$, artinya jenis barang pertama dan kedua masing-masing banyaknya 5 buah sedangkan jenis barang ketiga banyaknya 6 buah.

2. Didalam rapat pembentukan pengurus OSIS dari sekolah SMK "Ayo Maju, Pantang Mundur", hadir 3 guru pembina OSIS dan 6 siswa pengurus lama. Mereka akan duduk didepan kelas untuk memberikan petunjuk tentang pengalaman pengurus yang lama. Tempat duduk yang disediakan adalah 9 kursi dan ketiga guru memperoleh kesempatan untuk memilih tempat duduk terlebih dahulu, tetapi setiap guru menginginkan mereka duduk diantara dua siswa. Tentukan banyaknya cara untuk memilih tempat duduk.

Penyelesaian

Ini merupakan persoalan kombinatorik, dimana kita akan melihat beberapa posisi duduk yang dibatasi oleh syarat-syarat tertentu. Disini perlu mencoba beberapa strategi sehingga semua cara memilih tempat duduk tidak ada yang terlewat (tak diperhitungkan).

Salah satu strategi sebagai berikut. Dua siswa duduk pada tempat pertama dan terakhir sehingga 3 orang guru mempunyai 7 pilihan tempat duduk tetapi tidak duduk berdampingan. Jika 7 tempat duduk diberi nomor 2 sampai 8, maka ketiga guru dapat memilih tempat-tempat duduk

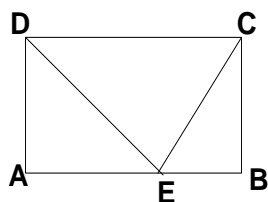
$$(2,4,6), (2,4,7), (2,4,8), (2,5,7), (2,5,8)$$
$$(2,6,8), (3,5,7), (3,5,8), (3,6,8), (4,6,8)$$

Pada setiap pasangan tiga bilangan (x,y,z) , ketiga guru dapat duduk dalam $3! = 6$ cara sehingga banyaknya cara duduk adalah $10 \times 6 = 60$.

3. Seorang petani mempunyai sebidang tanah perkebunan berbentuk persegi panjang. Untuk membayar pajak perlu mengetahui ukuran atau luas kebun tersebut. Pak tani lupa ukuran kebunnya tetapi ingat bahwa panjang kebun adalah 10 m. Dia punya cara mengukur yang terbilang aneh tapi sangat masuk akal, yaitu dia mengambil dua utas tali yang masing-masing panjangnya 6 m dan 8 m. Bagaimana cara pak tani mengukur tanah tersebut dan berapakah luas tanah perkebunannya.

Penyelesaian

Sebelum mengerjakan soal ini, perhatikan terlebih dahulu mengetahui hubungan ketiga bilangan 6, 8 dan 10. Ketiganya merupakan tripel Pythagoras. Untuk membantu analisa kita gambar selengkapnya sebagai berikut



Jika $CD = 10$, $CE = 6$, dan $DE = 8$, maka $\angle DEC = 90^\circ$, yaitu $\triangle CDE$ merupakan segitiga siku-siku yang siku-siku di titik sudut E. Tarik garis g melalui titik E dan tegak lurus AB. Jika garis g memotong sisi CD di titik F, maka jelas luas $\triangle CEF$ sama dengan luas $\triangle BCE$ dan luas $\triangle DEF$ sama dengan luas $\triangle ADE$. Karena itu luas persegi panjang ABCD sama dengan dua kali luas $\triangle CDE$. Jadi luas persegi panjang ABCD adalah

$$2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \right) = 48 \text{ m}^2$$

4. Diketahui 26 bilangan yang ditulis secara terurut :

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_{26}$$

Jika jumlah setiap dua bilangan berurutan merupakan bilangan-bilangan asli berurutan yang dimulai dari 1, maka tentukan nilai $x_1 + x_{26}$

Penyelesaian

Dari soal jelas bahwa kita harus membentuk sistem persamaan

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 1 \\ x_2 + x_3 &= 2 \\ x_3 + x_4 &= 3 \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ x_{25} + x_{26} &= 25 \end{aligned}$$

Untuk menyelesaikan sistem ini perlu strategi khusus. Jumlahkan 25 persamaan tersebut sehingga diperoleh sebuah persamaan dalam bentuk

$$\begin{aligned} x_1 + 2(x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_{25}) + x_{26} &= 1 + 2 + 3 + \dots + 25 \\ x_1 + 2\{(x_2 + x_3) + (x_4 + x_5) + \dots + (x_{24} + x_{25})\} + x_{26} &= 325 \\ x_1 + 2\{2 + 4 + 6 + \dots + 24\} + x_{26} &= 325 \\ x_1 + 312 + x_{26} &= 325 \end{aligned}$$

ruas kanan dari baris pertama dan ruas kiri dari baris ketiga merupakan deret aritmatika. Jadi $x_1 + x_{26} = 13$

Contoh terakhir ini merupakan soal yang sulit karena memerlukan "trik" khusus untuk menyelesaikannya.

Dari uraian contoh-contoh diatas, soal-soal OSTN lebih banyak ditekankan pada masalah-masalah yang sering dijumpai sehari-hari, tetapi tidak melupakan penguasaan konsep matematika itu sendiri. Semakin bagus penguasaan konsep akan lebih mudah untuk menyelesaikan persoalan.

Selamat Belajar, sampai berjumpa di OLIMPIADE SAINS TERAPAN NASIONAL di Surabaya pada tanggal 29-30 November 2008